

## БОТАНИКА

УДК 634.948

В. С. Ипатов

### ДИФФЕРЕНЦИАЦИЯ ДРЕВОСТОЯ

#### II. ВЫЯВЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИИ

#### У КРИВЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕРЕВЬЕВ ПО ТОЛЩИНЕ

Ранее нами было показано,<sup>1</sup> что эмпирические кривые распределения деревьев по толщине (окружности) до определенного возраста древостоя существенно отличаются от теоретических кривых Пирсона, и это отличие объяснялось деформированностью кривых. Из этого был сделан вывод, что совокупности деревьев, учет которых производился, неоднородны, состоят из нескольких качественно различающихся совокупностей. Но остался нерешенным вопрос о числе деформаций. Теоретические соображения приводили к ожиданию не более трех деформаций, соответствующих трем совокупностям деревьев — угнетенных, индетерминантных и господствующих. Непосредственное рассмотрение кривых позволяет обнаружить несколько деформаций (на рис. 1 приведены в качестве примера кривые для двух участков). Число их для каждого участка как будто бы соответствует теории. Но такие глазомерные оценки даже если они впоследствии оправдываются тают в себе многие опасности, особенно если им не предшествует специальная проверка надежности оценок. Очень значительными могут оказаться ошибки, когда нет эталона, образца для сравнения. Еще опаснее (трудней выявляются) ошибки, в частности, связанные с «гипнозом» рабочей гипотезы, вызывающим подгонку фактов к теории. Эти опасения относятся и к выявлению деформаций. Таким образом, очередная задача заключается в том, чтобы достаточно надежно, статистически выявить деформации, конечно, если они имеются, установить их число, выяснить, сколько может быть объединено совокупностей в каждой выборке.

Прежде всего условимся, что будем понимать в дальнейшем под деформацией, поскольку методически удобнее несколько по-иному по сравнению с ранее опубликованным нами материалом использовать этот термин. Сейчас пойдет речь о деформации как отклонении от нормального хода кривой, т. е. о нарушении закономерностей изменения функции.

Метод, позволяющий выявить деформации, сводится к анализу изменения отношений каждой предыдущей частоты к каждой последующей ( $f_i : f_{i+1}$ ). Первоначально необходимо установить ход изменения отношений для кривой, которая наиболее подходит к нашей эмпирической кривой.

Ранее было показано, что исходя из теоретических положений и судя по параметрам эмпирических распределений деревьев по толщине к последним могут быть применены закономерности того или иного типа кривых Пирсона. Отдельные типы кривых Пирсона в зависимости от значений постоянных, входящих в уравнения кривых, могут иметь разный вид.

<sup>1</sup> См.: В. С. Ипатов. Дифференциация древостоя I. Вестник ЛГУ, № 21, 1968.

На рис. 2 показаны кривые, которыми охвачены возможные у нас случаи. Строго говоря, их больше, но кривые, неприведенные на рисунке, отличаются тем, что размах распределения может быть неограниченным в одном или обоих направлениях. Вопрос о том, к какому виду относится эмпирическая кривая, решается путем расчетов, применив соответствующие критерии и вычислив при необходимости значения постоянных в уравнении.<sup>2</sup>

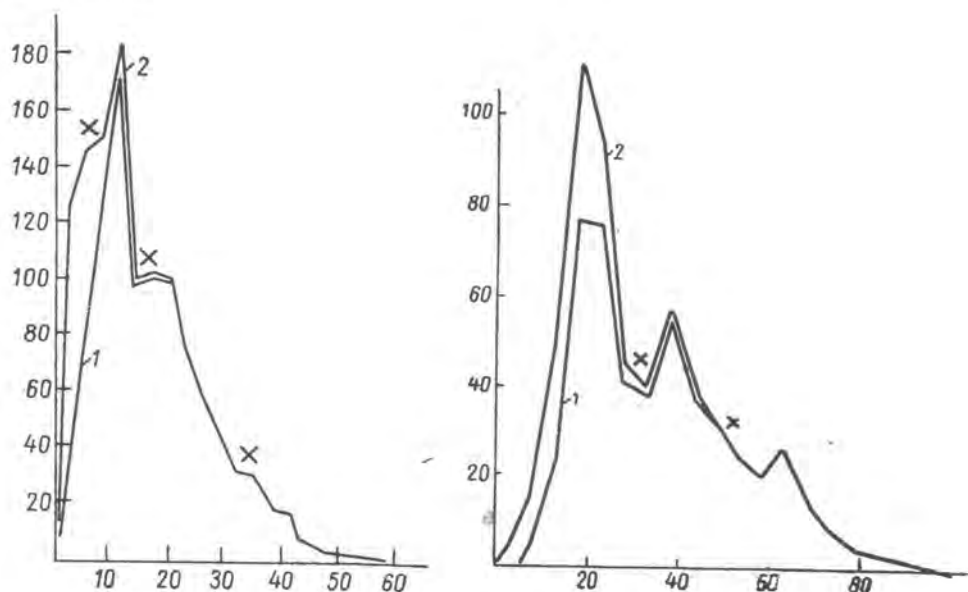


Рис. 1. Распределение деревьев по толщине.

1 — сосняк лишайниково-зеленомошный, состав 10С, возраст 30–35 лет; 2 — сосняк зеленомошный, состав 10С, возраст 60 лет; по оси абсцисс — окружность; по ординат — число деревьев; — деформации.

Зная уравнения кривой, можно установить, как меняются отношения частот, образовав новую функцию и проследив за ее изменением. Пожалуй, проще всего это сделать для нормального распределения (частный случай кривой Пирсона типа VII). Уравнение нормальной кривой имеет вид  $f_{(x)} = f_0 \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$ . Находим частоты  $f_i$  и  $f_{i+1}$ , имея в виду, что  $x_i + 1 = x_{i+1}$ , т. е.

$$f_i = f_0 \cdot n \cdot e^{-\frac{x_i^2}{2\sigma^2}}, \quad f_{i+1} = f_0 \cdot n \cdot e^{-\frac{(x_i+1)^2}{2\sigma^2}}.$$

Поскольку надо установить, как меняется отношение частот  $f_i : f_{i+1}$ , образуем новую функцию, которую обозначим  $f_{(x)}$ . Ее уравнение

$$f_{(x_i)} = \frac{f_0 \cdot n \cdot e^{-\frac{x_i^2}{2\sigma^2}}}{f_0 \cdot n \cdot e^{-\frac{(x_i+1)^2}{2\sigma^2}}}.$$

<sup>2</sup> См.: А. К. Митропольский. Техника статистических вычислений. М., Физматгиз, 1961.

Проведя необходимые преобразования, приходим к виду

$$f_{(x_i)} = e^{\frac{1}{\sigma^2} \cdot (2x_i + 1)}$$

Это показательная функция, которая в нашем случае при изменении  $x_i$  от  $-\infty$  до  $+\infty$  монотонно возрастает. Таким образом, в случае нормального распределения отношения частот (предыдущей к последующей) при движении слева направо увеличиваются. Для выравнивания кривых, приводимых в нашей работе, используются в основном кривые Пирсона типа I, имеющие уравнение:

$$f_{(x)} = f_0 \left(1 + \frac{x}{l_1}\right)^{q_1} \left(1 - \frac{x}{l_2}\right)^{q_2}$$

При этом используются только виды кривых, у которых, как правило,  $q_1 > 0$ ,  $q_2 > 0$ , а также  $-1 < q_1 < 0$ ,  $q_2 > 0$  (рис. 2). Аналогично предыдущему находим  $f_i$  и  $f_{i+1}$ . Разделив первую частоту на вторую, придем к уравнению новой функции

$$f_{(x_i)} = \left(1 - \frac{1}{l_1 + x_i + 1}\right)^{q_1} \times \\ \times \left(1 + \frac{1}{l_2 - x_i - 1}\right)^{q_2}$$

Здесь  $x_i$  меняется в пределах  $-l_1 \leq x_i \leq l_2 - 1$ . При показателях  $q_1 > 0$  и  $q_2 > 0$  кривая постоянно возрастает (рис. 3а).

Почти все наши эмпирические кривые относятся к этому случаю (рис. 2а, б, в, г, д). Если же показатели  $-1 < q_1 < 0$ ,  $q_2 > 0$  (рис. 2е), функция после некоторого уменьшения возрастает (рис. 3б). При этом чем меньше абсолютное значение  $q_1$  и больше  $q_2$ , тем незначительнее участок падения кривой. Для наших кривых зона уменьшения отношений крайне мала.

Мы установили основную закономерность изменения отношений<sup>3</sup>: отношение частот непрерывно изменяется и увеличивается при движении слева направо, переход через единицу совершается один раз (кривая имеет одну вершину), у  $j$ -образной кривой — после незначительного уменьшения отношения также возрастают. Исходя из этого, отклонением от нормы — деформацией — будем считать: 1) уменьшение отношений (при  $j$ -образной кривой вначале уменьшение допустимо), 2) постоянство отношений на значительном участке (три и более раз подряд). Естественно встает вопрос, не являются ли эти отклонения случайными, достоверны ли они статистически.

Достоверность отклонений определяется методом хи-квадрат ( $\chi^2$ ). Критерий хи-квадрат может быть применен для сравнения двух (и больше) любых численностей, если имеем (можем сформулировать) гипотезу о соответствующих им теоретических численностях при равенстве сумм

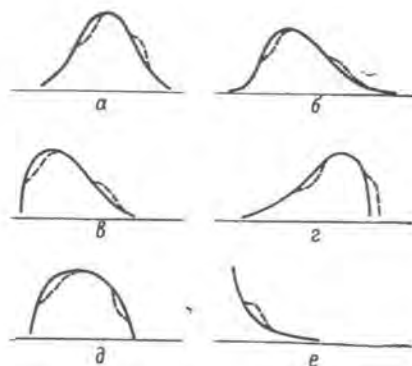


Рис. 2. Виды выравнивающих кривых. Пунктир — примеры деформаций.

<sup>3</sup> При использовании иных кривых можно таким же путем выяснить ход изменения отношений (для каждого конкретного случая или в целом для типа). По-видимому, даже если уравнение выравнивающей кривой неизвестно, то, выравнив эмпирическую кривую графически или иным путем и установив ход изменения отношений, можно получить удовлетворительные результаты при анализе кривых на выявление деформаций. Более того, обычно по общему виду кривой легко установить характер изменения отношений частот.

эмпирических и теоретических численностей. Рассмотрим два случая проверки достоверности деформаций.

1. Проверка уменьшения отношений. Допустим, что обнаружено  $(f_{i-1}:f_i) > (f_i:f_{i+1})$  или же вообще  $(f_{i-1}:f_i) > (f_{i+n}:f_{i+n+1})$ , тогда как должно быть обратное соотношение. Выдвигается нулевая гипотеза ( $H_0$ ) о равенстве отношений  $(f_{i-1}:f_i) = (f_{i+n}:f_{i+n+1})$ . Альтернатива естественно сводится к  $(f_{i-1}:f_i) > (f_{i+n}:f_{i+n+1})$  и будет принята, если значение  $\chi^2$  приведет к отбрасыванию  $H_0$ . Удобная для вычислений формула  $\chi^2 = \frac{(f_{i+n} - r \cdot f_{i+n+1})^2}{r \cdot (f_{i+n} + f_{i+n+1})}$ , где  $r = f_{i-1}:f_i$ . Степень свободы — одна, поэтому при 95% доверительном уровне нулевая гипотеза отбрасывается при  $\chi^2 = 3,84$  (вероятность превышения этого значения хи-квадрат составляет 0,05). Считая это значение хи-квадрат пограничной вехой, мы все же принимаем во внимание вероятности, соответствующие найденным значениям  $\chi^2$ . Например,  $\chi^2 = 1,64$  соответствует вероятности 0,2. Хотя по условию мы и не можем безоговорочно отбросить нулевую гипотезу, все же вынуждены считаться с тем, что имеется только 25% шансов, что она правильна. И поэтому можно подозревать, что отклонение все же имеется (или может быть).

2. Проверку одинаковости отношений провести в столь же определенной форме нельзя. Дело в том, что во-первых, практически при достаточно дробной разбивке на классы соседние частоты будут столь незначительно отличаться друг от друга, что заведомо можно ждать оставления в силе нулевой гипотезы об их равенстве отношений, хотя фактически они неодинаковы. И при меньшем числе классов два соседних отношения могут различаться мало. Поэтому сигналом о «неблагополучии», т. е. деформации, для нас будет наличие *нескольких* мало отличающихся друг от друга соседних отношений. Вычисление  $\chi^2$  для проверки гипотезы об их равенстве будем производить для пар отношений, образованных первым со всеми последующими. Если три и больше отношений, стоящих рядом, близки друг к другу, т. е.  $(f_i:f_{i+1}) \simeq (f_{i+1}:f_{i+2}) \simeq (f_{i+2}:f_{i+3}) \simeq \dots$ , проверяем равенство всех отношений первому. Вычисление производится по той же формуле хи-квадрат. Принятие  $H_0$  равноценно признанию возможности здесь деформации (постоянство отношений). К сожалению, мы не пользуемся в этом случае альтернативой. Принятие ее является указанием на отсутствие деформации, в противоположность проверки уменьшения отношений, когда принятие альтернативной гипотезы являлось доказательством деформации. Здесь же деформация выявляется, если нулевая гипотеза остается в силе, а доказательство через сохранение  $H_0$  менее надежно.

При анализе конкретного материала предложенным способом необходимо иметь в виду некоторые обстоятельства. Возможны случаи, когда, несмотря на неоднородность материала, деформации не будут выражены, в частности, из-за того, что одна из совокупностей представлена малым числом особей или из-за того, что две совокупности накладываются друг на друга. Вообще же, как уже было сказано, даже если нулевая гипотеза остается в силе, это еще не означает ее доказательства. И, конечно, даже если  $H_0$  отвергнута и исследователь вынужден принимать альтернативу, окончательное решение вопроса зависит не от хи-квадрат, а от самого исследователя. Справедливо пишет об этом Дж. У. Снедекор: «Никакой ссылкой на величину хи-квадрат он не может снять с себя ответственность за это решение».<sup>4</sup>

<sup>4</sup> См.: Дж. У. Снедекор. Статистические методы в применении к исследованиям в сельском хозяйстве и биологии, стр. 43. М., ИЛ, 1961.

Для рассмотрения числового примера применения метода отношений обратимся к участку Бежаны 1 — сосна (см. таблицу). У распределения всех деревьев по толщине в ряду отношений частот имеется деформация, выражающаяся в меньшем значении отношения  $f_3 : f_4 = 0,82$  по сравнению с предшествующим  $f_2 : f_3 = 0,97$ . Вычисление хи-квадрат, исходя из нулевой гипотезы, что первое отношение не отличается от 0,97, дало  $\chi^2 = 2,32$ , меньше табличного для уровня значимости 0,05 ( $\chi^2 = 3,84$ ). Казалось бы мы должны оставить в силе нулевую гипотезу, тем самым отклонив предположение о деформации. Тем не менее два соображения заставляют настаивать на первоначальном: 1) вероятность превзойти найденное значение хи-квадрат, составляет несколько меньше 10%, т. е. вероятность правильности нулевой гипотезы невелика, около 0,1; 2) решающим является исчезновение деформации после отбрасывания сухих деревьев (последнее видно на распределении живых деревьев). Отношение частот  $f_5 : f_6 = 0,96$  вновь меньше предыдущего. Если бы сохранялся нормальный ход изменения отношений частот, то имело бы место соотношение  $f_5 : f_6 > 1,84$ . Проверка критерием хи-квадрат ( $\chi^2 = 22,24$ ) показала, что отношение частот достоверно отличается от 1,84, поэтому принята единственно возможная альтернатива  $f_5 : f_6 < 1,84$ , т. е. наблюдается деформация. Такое же отклонение обнаружено и у кривой распределения живых деревьев (рис. 4).

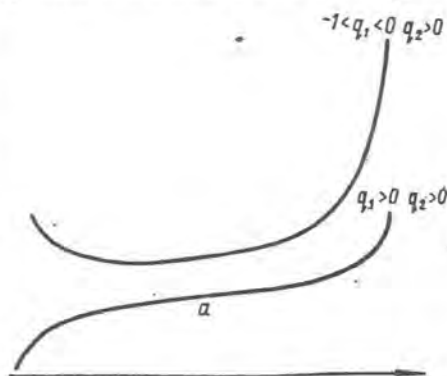


Рис. 3. Изменение отношений частот.

Кривые распределения как всех деревьев, так и живых, еще трижды имеют деформации, но они недостоверны. Все же в одном случае вероятность превзойти найденное значение  $\chi^2$  около 0,2. Это значение не столь мало, чтобы отбрасывать гипотезу о соответствии фактических данных теоретическим, но и не слишком велико, чтобы не считаться с возможностью ее отклонить. Исходя из этого мы условно намечаем здесь деформацию, а впоследствии путем разложения кривой на составляющие попытаемся проверить возможность ее существования.

В итоге можно наметить у кривой распределения всех деревьев три деформации, включая условную, у кривой живых деревьев — две деформации, позволяющие расчленить кривые в первом случае на четыре и во втором — на три зоны, которым могут соответствовать разные совокупности деревьев.

Анализ фактических данных и его результаты по всем участкам отражены в таблице. Эти материалы требуют некоторых пояснений.

Участок Бежаны 2 — сосна. На этом участке результаты неопределены. Методом отношений подтверждается только одна деформация и то при уровне значимости 0,1. Нечеткость результатов здесь объясняется слишком малым числом учтенных деревьев (115).

Участок Суйсари 3 — сосна. Кривая распределения всех деревьев имеет три деформации. Несмотря на то, что статистически достоверность первой деформации сомнительна, она имеет место и обязана группе сухих деревьев. Это видно из того, что исключение их (см. распределение живых деревьев) вообще ликвидирует деформацию. Кривая живых деревьев имеет две деформации (одна из них выражается в постоянстве



## Анализ распределения деревьев по толщине методом отношений\*

Бежаны 1, 10с, 30—35 лет, Бон. II, Сомкн. 0,8										Бежаны 2, 10с, Бон. II, Сомкн. 0,8										
Все деревья					Живые деревья					Все деревья					Живые деревья					
$f$	$\frac{f_i}{f_{i+1}}$	Но	$\chi^2$	D	$f$	$\frac{f_i}{f_{i+1}}$	Но	$\chi^2$	D	$f$	$\frac{f_i}{f_{i+1}}$	Но	$\chi^2$	D	$f$	$\frac{f_i}{f_{i+1}}$	Но	$\chi^2$	D	
124	0,85				24	0,32				27	0,93				1	0,5				
146	0,97				76	0,60				29	1,21				2	0,15				
151	0,82	0,97	2,32	×	127	0,72				24	1,04	1,21	0,25		13	0,59				
184	1,84				176	1,78				23	1,21				22	1,16				
100	0,96	1,84	22,24		99	0,96	1,78	19,78	×	19	0,95	1,21	0,57		19	0,95	1,16			
104	1,02				103	1,01				20	1,33				20	1,33				0,38
102	1,31				102	1,31				15	1,67				15	1,67				
78	1,37				78	1,37				9	1,80				9	1,80				
57	1,29	1,37	0,08		57	1,29	1,37	0,08		5	0,71	1,80	2,67	×	5	0,71	1,80	2,67	×	?
44	1,42				44	1,42				0	0,71				0	0,71				
31	1,03	1,42	1,55		31	1,03	1,42	1,55	×	7	7				7	7				
30	1,58				30	1,58				1	1				1	1				
19	1,12	1,58	1,09	×	19	1,12	1,58	1,09		0	0				0	0				
17	2,43				17	2,43				1	1				1	1				
7	1,75	2,43	0,28		7	1,75	2,43	0,28		7	2,43	2,43	0,28		7	2,43	2,43	0,28		
4	1,33	2,43	0,19		4	1,33	2,43	0,19		4	1,33	2,43	0,19		4	1,33	2,43	0,19		
3	1,50				3	1,50				3	1,50				3	1,50				
2	1				2	1				2	1				2	1				
2					2					2					2					

\* Двумя чертами подчеркнуто значение хи-квадрат, вероятность превзойти которое менее 0,75, одной чертой — менее 0,2;  $f$  — число деревьев;  $\frac{f_i}{f_{i+1}}$  — отношение предыдущей частоты к последующей; Но — нулевая гипотеза; Д — деформация.

Продолжение табл.

Ясское, 10с, 60 лет, Бон. II, Сомкн. 0,6										Суйсарн 3, 10с+6+ос, 85-90 лет, Бон. II, Сомкн. 0,6											
Все деревья					Живые деревья					Все деревья					Живые деревья						
$f$	$\frac{f_i}{f_{i+1}}$	Но	$\chi^2$	D	$f$	$\frac{f_i}{f_{i+1}}$	Но	$\chi^2$	D	$f$	$\frac{f_i}{f_{i+1}}$	Но	$\chi^2$	D	$f$	$\frac{f_i}{f_{i+1}}$	Но	$\chi^2$	D		
3	0,21				4	0,17				12	0,38				2	0,40					
14	0,29				23	0,30				32	0,58				5	0,28					
48	0,43				77	1,01				55	1,12			×	18	0,42					
113	1,19				76	1,85				49	0,88	1,12	1,60		43	0,78					
95	2,11				41	1,08	1,85	5,81	×	60	0,88	0,88	0,45		55	0,82	0,78	0,05			
45	1,12	2,11	7,44	×	38	0,66	1,85	26,75		68	0,87	0,83	0	×	67	0,86	0,78	0,34		×	
40	0,69	2,11	32,82		58	1,49				78	0,88	0,88	0		78	0,89	0,78	1,07			
58	1,42				39	1,22	1,49	0,71		89	1,71				88	1,69					×
41	1,28	1,42	0,19		32	1,28	1,49	0,32	×	52	1,02	1,71	7,04		52	1,02	1,69	6,72			
32	1,28	1,42	0,15		25	1,25	1,49	0,31		51	1,24				51	1,24					
25	1,25	1,42	0,18		20	0,74	1,49	5,31		21	2,10				21	2,10					
20	0,74	1,42	5,04		27	1,80				10	3,33				10	3,33					
27	1,80				15	1,67	1,80	0,03		3	3				3	3					
15	1,67	1,80	0,03		9	1,80				1	1				1						
9	1,80				5																
5					0																
0					2																
2					1																
1																					





Продолжение табл.

Пиньгуба, 8226+ос+с, 115 лет; Бон. III, Сомкн. 0,8										Львено, 10с+6+ос, 45-50 лет, Бон. I, Сомкн. 0,8									
Все деревья					Живые деревья					Все деревья					Живые деревья				
$f$	$\frac{f_l}{f_{l+1}}$	Но	$\chi^2$	D	$\frac{f_{l+1}}{f_l}$	Но	$\chi^2$	D	$f$	$\frac{f_l}{f_{l+1}}$	Но	$\chi^2$	D	$\frac{f_l}{f_{l+1}}$	Но	$\chi^2$	D	$f$	
74	0,79								76	0,95									6
94	1,01				0,59				80	1,57									21
93	1,35				1,21				51	1,34		0,54							29
69	1,06			×	1,06				38	2,00			×						18
65	1,10	1,35	1,94		1,07	1,21	0,54	×	19	0,85	2,00	7,62							22
59	1,44	1,35	1,29		1,44	1,21	0,48		22	1,83			×						12
41	1,14	1,44	1,06		1,14	1,44	1,06		12	0,75	1,83	5,83							16
36	1,29	1,44	0,20		1,29	1,44	0,20	×	16	5,34									3
28	0,90	1,44	3,26		0,90	1,44	3,26		3	3									1
31	1,55				1,55				1										
20	2				2,00														
10	1,67	2,00	0,13		1,67	2,00	0,13												
6	3				3														
2	1				1														
2																			

четырёх отношений, поэтому можно предполагать, что распределение образовано тремя группами деревьев).

В древостое участка Яское — сосна надёжно выявляются у обоих распределений две деформации. При этом вторая деформация проявляется двояко: 1) в равенстве трёх подряд отношений и 2) в уменьшении следующего за ними отношения. Отметим ещё раз, что примесь сухих деревьев не дала особого отклонения от нормы у кривой распределения всех деревьев, а лишь увеличила первый пик.

Участок Лынено — ель. Деформация, вызванная примесью сухих деревьев, хотя и имеет место, статистически недостоверна. Остальные две деформации подтверждаются одинаково четко.

На участке Пиньгуба — ель, группа сухих деревьев не вызвала самостоятельного отклонения, а только увеличила первый пик, соответствующий угнетенным деревьям. Кривая живых деревьев имеет две деформации.

На участке Суйсари 2 сухих деревьев очень мало и их примесь практически совсем не отразилась на кривой распределения всех деревьев. Этот участок интересен тем, что при выравнивании эмпирического ряда кривой Пирсона типа I здесь не было обнаружено существенного расхождения между теоретической и эмпирической кривой. На этом основании нами указывалось, что не обнаружено деформаций кривой и мы не могли утверждать, что в данном древостое имеется несколько совокупностей деревьев. Теперь же выявлена одна деформация, т. е. древостой, и этого участка, как и всех остальных неоднороден. С другой стороны, в отличие от других участков кривая распределения живых деревьев имеет только одну деформацию, и распределение распадается на две зоны, из чего можно сделать вывод, что древостой состоит из двух совокупностей, а не из трех. В чем же дело? Видимо, в возрасте 120 лет индетерминантных деревьев крайне мало, и эта малочисленная совокупность наложилась на совокупность угнетенных или господствующих деревьев таким образом, что деформация не появилась. Отметим, забегая вперед, что и на участке Суйсари 1, где ель в том же возрасте, при разложении кривой на составляющие группы индетерминантных деревьев оказалась очень малочисленной.

На участке Суйсари 1 — ель. Здесь обнаружены три деформации у кривой всех деревьев и две у живых деревьев.

Подведем итоги. Анализ кривых распределения предпринят исходя из гипотезы об образовании на определенных этапах развития трех совокупностей деревьев — угнетенных, индетерминантных и господствующих. Допускаем, что с возрастом группа индетерминантных деревьев может исчезать, поскольку у деревьев этой группы вполне определяется место в системе взаимовлияний (т. е. роль в общественной жизни) и они становятся либо угнетенными, либо господствующими. Переход из класса в класс возможен, конечно, и у других деревьев, но это уже иной процесс, не приводящий к существенному изменению численностей классов. Ещё одной совокупностью мы считаем группу сухих деревьев. Мы исходили из того, что если учтенные деревья относятся не к одной совокупности, а к нескольким, то кривые распределения могут быть (хотя и не всегда обязательно) деформированы. Обнаруженные отклонения у кривых расщепляются на зоны, соответствующие составляющим кривую совокупностям (при  $n$  деформациях  $n+1$  зона). Можно было ожидать не более двух деформаций (с сухими — три). Конечно, деформации в принципе могли бы появиться и из-за возрастной неоднородности древостоя (учтено несколько поколений деревьев) и из-за экологической неоднородности участка. Но влияние этих факторов в нашем материале

практически исключалось во всяком случае на большинстве участков, поскольку были выбраны участки однородные по условиям среды, а деревья относятся к одному поколению.

Надо иметь в виду, что отсутствие деформаций не доказывает не-правильности гипотезы, тогда как, наоборот, наличие их подтверждает гипотезу. Анализ материалов дал результаты, вполне соответствующие ожидавшимся. Прежде всего о совокупности сухих деревьев. Влияние ее на суммарную кривую легко контролируется, поскольку у нас представлены кривые распределения с этой группой (все деревья) и без нее (живые деревья). Как уже отмечалось, группа сухих деревьев представлена на всех участках. Обязанная им деформация выявилась по-разному: 1) достаточно надежно можно говорить о ней на участках Бежаны 1 — сосна, Суйсари 3 — сосна и Суйсари 1 — ель, хотя на последнем сухих деревьев оказалось мало; 2) статистически недостоверна деформация на участке Лынено — ель из-за частичного наложения группы сухих деревьев на совокупность угнетенных; 3) в результате полного наложения сухих на угнетенные деревья деформация не возникла на участке Яское — сосна и Пиньгуба — ель, 4) малое число сухих деревьев на участке Суйсари 2 не отразилось на кривой.

Какие эффекты можно наблюдать при сложении совокупностей угнетенных, индетерминантных и господствующих деревьев? При малом числе учтенных деревьев, видимо, вообще трудно уловить какие-либо статистически значимые отклонения от нормы у кривой распределения деревьев. Такое положение наблюдается на участке Бажены 2 — сосна, где учтены лишь 115 живых деревьев. Очевидно, что не может быть полного наложения двух (исключая сухие деревья), а тем более трех совокупностей. Действительно, это произойдет в том случае, если моды у двух (или трех) совокупностей совпадают или почти совпадают. У сухих и угнетенных деревьев такое совпадение может произойти (мы видели, что иногда это и случается), например, если в неблагоприятные годы состоится массовое отмирание угнетенных деревьев. У угнетенных и господствующих деревьев моды не совпадут, так как эти группы формируются из «промежуточной» совокупности индетерминантных деревьев, а темпы роста у них противоположны. Конечно, частичное наложение в разной степени должно иметь место всегда, и может приводить к некоторой неопределенности результатов при выявлении деформаций. На тех стадиях, когда индетерминантных или угнетенных деревьев остается мало, деформации могут не проявиться. Такой случай, видимо, наблюдается на участке Суйсари 2, где обнаружена только одна деформация. На остальных участках у кривых распределения живых деревьев по толщине выявлено по две деформации, пересекающие кривые на три участка, соответствующие, как мы считаем, совокупностям угнетенных, индетерминантных и господствующих деревьев. Попытке разложить распределение живых деревьев на составляющие его гипотетические кривые угнетенных, индетерминантных и господствующих деревьев будет посвящена следующая статья.

## Summary

An analysis of the distribution curves of trees according to their diameters was carried out with the help of a method proposed by the author. It permitted to find out the heterogeneity of the tree stand. The tree stand consists of three different populations of trees.